

# Das Verformungsverhalten metallischer Werkstoffe

## Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm (Abb.1) beschreibt das makroskopische Verformungsverhalten metallischer Werkstoffe bei Temperaturen  $T < 0,4 T_m$  ( $T_m$  = Schmelzpunkt).

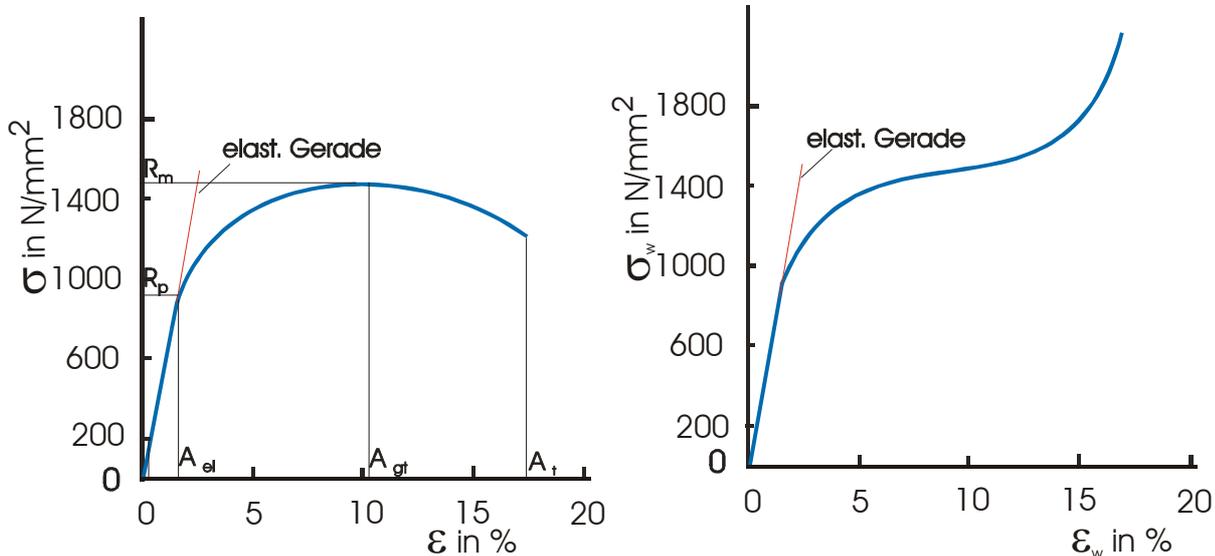


Abb. 1a: nominelles (technisches)  $\sigma$  - $\epsilon$ -Diagramm    Abb. 1b: „wahres“  $\sigma$  - $\epsilon$ -Diagramm

Aus dem technischen  $\sigma$  - $\epsilon$ -Diagramm sind folgende Größen abzulesen:

- Streckgrenze  $R_p$  (Ende des elastischen Bereichs)
- Zugfestigkeit  $R_m$  (Beginn der Einschnürung)
- Gesamtdehnung  $A_t$  (Bruchdehnung)
- Gleichmaßdehnung  $A_g$
- Elastische Dehnung  $A_{el}$

Das technische Spannungs-Dehnungs-Diagramm bezieht die Spannung bzw. Dehnung jeweils auf den Ausgangsquerschnitt  $A_0$  bzw. die Ausgangslänge  $l_0$  :

$$\sigma_0 = F / A_0 \quad \text{Gl.1}$$

$$\epsilon = (l - l_0) / l_0 \quad \text{Gl.2}$$

Das wahre Spannungs-Dehnungsdiagramm (Abb. 1b) ist die für die Betrachtung des Fließverhaltens metallischer Werkstoffe besser geeignet. Es bezieht Spannung und Dehnung auf den jeweils vorhandenen Querschnitt bzw. Probenlänge:

$$\sigma_w = F / A = \sigma(1 + \epsilon) \quad \text{Gl.3}$$

$$\epsilon_w = \ln(l / l_0) = \ln(1 + \epsilon) \quad \text{Gl.4}$$

Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm gliedert sich in 2 Teile:

1. dem Bereich der elastischen Verformung, d.h. linearer Anstieg der Spannung mit der Verformung (Hookesches Gesetz):

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad E = \text{Elastizitätsmodul (Federkonstante)} \quad \text{Gl.5}$$

## 2. Plastischer Bereich ("Fließen"):

Dieser Bereich kann bei vielen Metallen empirisch beschrieben werden mit:

$$\sigma = k \cdot \varepsilon^n$$

n = Verfestigungsexponent

Gl.6

### Elastische Verformung:

Die Atome in einem Kristallgitter nehmen zueinander eine Gleichgewichtslage ein ("Energienminimum").

Eine Vergrößerung des Gleichgewichtsabstandes (Anlegen einer Zugspannung) erfordert Energieaufwand, da die Atome in ihre Gleichgewichtslage zurückstreben. Folglich wird die rückwirkende Kraft mit zunehmender Dehnung (zunehmenden Atomabstand) größer.

Bei Zurücknahme der äußeren Kraft nehmen die Atome wieder ihre Gleichgewichtslage ein → Die elastische Dehnung ist reversibel.

### Plastische Verformung ("Fließen"):

Frage: Kann ein Kristall allein unter Normalspannung plastisch verformt werden ?

Antwort: Nein, denn

die Vergrößerung des Atomabstands kann nicht unbegrenzt erfolgen. Bei Überschreitung eines kritischen Atomabstandes kommt es zum "schlagartigen" Rückgang der rückwirkenden Kraft - es erfolgt verformungsloser Trennbruch.

Also müssen für die Plastizität in Kristallen andere Spannungen als Normalspannungen verantwortlich sein, nämlich:

### Die Schubspannungen:

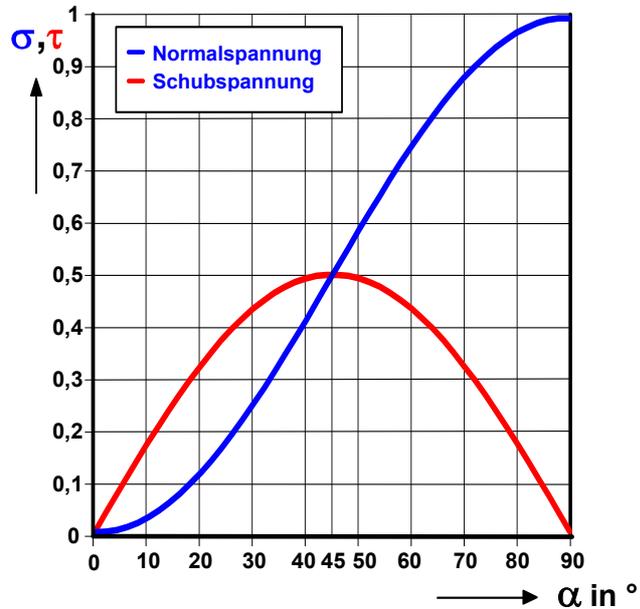
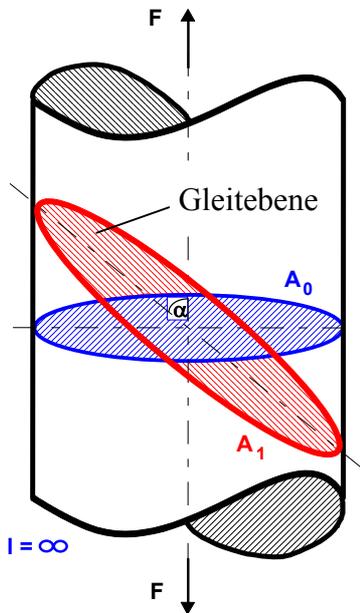
Die plastische Verformung setzt ein Abgleiten im Kristall voraus. Das Abgleiten zweier Halbkristalle erfolgt auf Gleitebenen unter der Wirkung von Schubspannungen.

Die Betrachtung der Verhältnisse in einem Einkristall führt zum Schmid'schen Schubspannungsgesetz, dessen Gültigkeit sich nicht nur auf kristalline Stoffe (wie z.B. Metalle) beschränkt:

$$\tau = \sigma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Gl.7

Die plastische Verformung erfolgt unter Schubspannungen durch das Abgleiten von Bereichen bevorzugt unter einem Winkel von 45° bezogen auf die Richtung der Normalspannung (Abb. 2), da hier die maximale Schubspannung wirkt. Sie ist dort genau halb so groß wie die wirkende Normalspannung (Zugspannung).



$$\tau = \sigma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\sigma = \sigma \cdot (\sin \alpha)^2$$

Abb. 2a: Ableitung nach dem Schmid'schen Schubspannungsgesetz

Abb. 2b: Spannungsverläufe

In kristallinen Materialien, wie den metallischen Werkstoffen existieren sog. Gleitsysteme (Gleitebenen, Gleitrichtungen), auf denen das Abgleiten zweier Halbkristalle leicht erfolgen kann.

Wie stellt sich das Abgleiten im mikroskopischen Bereich dar ?

Theoretischer Ansatz: Die Atome der Grenzflächen der beiden Halbkristalle werden in der Gleitebene unter der anliegenden Schubspannung "im Gleichschritt" gegeneinander verschoben ("Wellblechmodell"), Abb. 3.

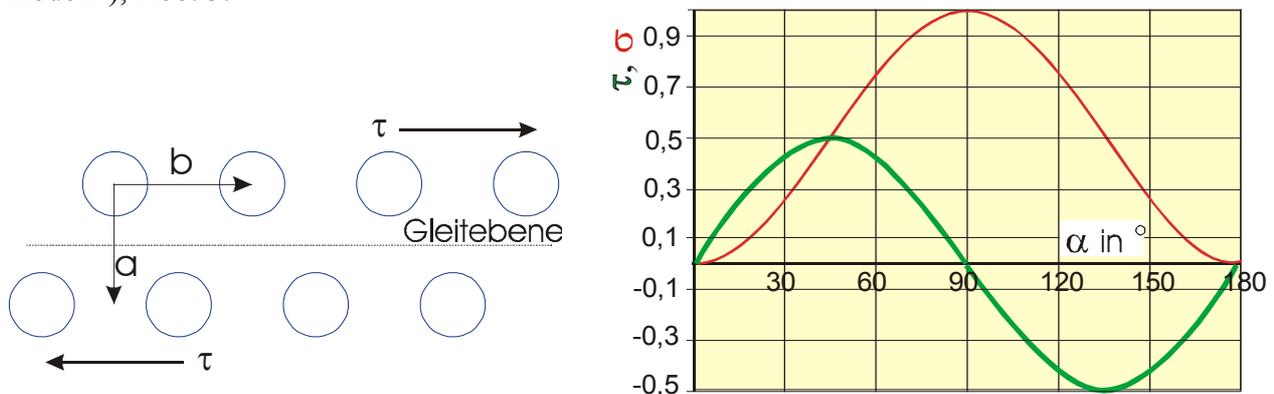


Abb.3: Verschieben von 2 Ebenen im perfekten Kristall und Schubspannungsverlauf (grün).

Die dafür notwendige theoretische Schubspannung ist

$$\tau = \tau_{max} \cdot \sin \frac{2\pi x}{b} \quad \text{Gl. 8}$$

Für kleine x gilt das Hookesche Gesetz

$$\tau = G \cdot \frac{x}{a} \quad G = \text{Schubmodul} \quad \text{Gl. 9}$$

Einsetzen von Gl.9 in Gl.8 ergibt:

$$G \cdot \frac{x}{a} = \tau_{max} \cdot \sin \frac{2\pi x}{b} \approx \tau_{max} \cdot \frac{2\pi x}{b} \quad \text{Gl.10}$$

Mit  $b/a \approx 1$  und ergibt sich in ungefährender Näherung:

$$\tau_{max} = \frac{G}{2\pi} \approx \frac{G}{10} \quad \text{Gl. 11}$$

Für  $\alpha$ -Eisen berechnet sich mit  $G \approx 10^5 \text{ N/mm}^2$  eine theoretische Schubspannung von ca. 10000  $\text{N/mm}^2$ .

Gemessen werden aber nur  $\tau_s \approx 10 \text{ N/mm}^2$  als Streckgrenze. D.h., dieses Modell kann für die plastische Verformung von Metallen nicht zutreffen. Für das Fließen muß ein anderer Verformungsmechanismus verantwortlich sein.

### Versetzungen:

Die plastische Verformung in Metallen wird von den Versetzungen getragen. Versetzungen sind 1-dimensionale Gitterfehler, d.h. man betrachtet die untere Kante der eingeschobenen Halbebene als Linie. Sie sind in jedem realen Kristall vorhanden und entstehen bereits bei der Erstarrung aus der Schmelze.

Man unterscheidet Stufen- und Schraubenversetzung (Abb.4a, b).

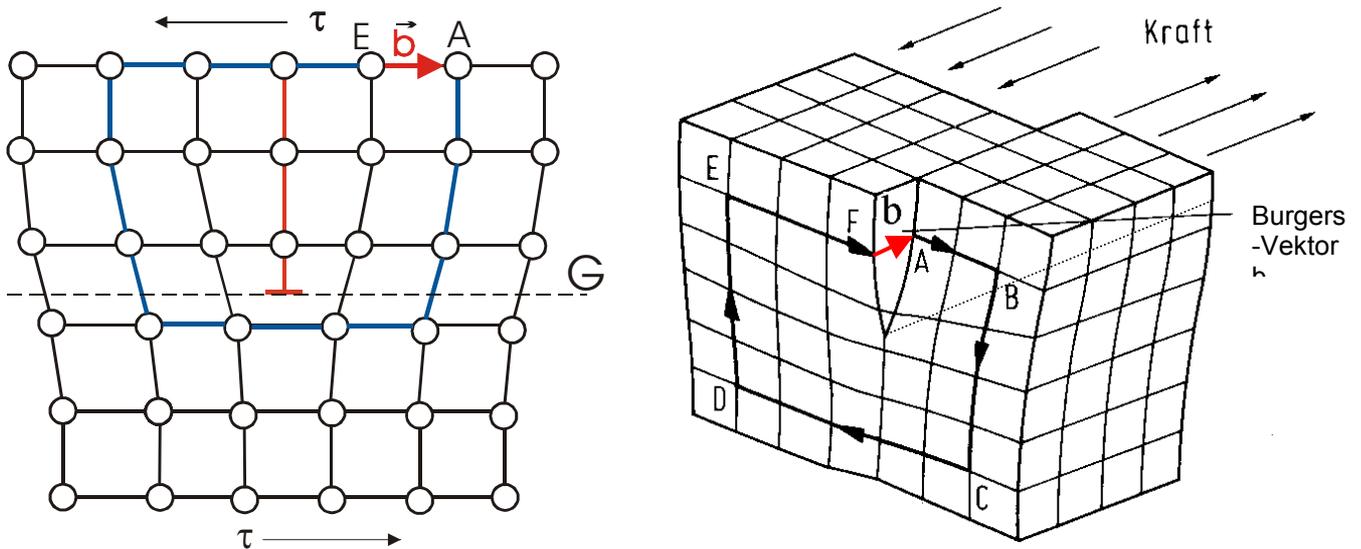


Abb.4a, b: Stufenversetzung und Schraubenversetzung mit Burgersumlauf und Burgersvektor  $\vec{b}$

Die Stufenversetzung stellt sich als eingeschobene Halbkristallebene dar, die Schraubenversetzung kann man sich als eine Schraubenfläche ("Wendeltreppe") vorstellen.

Eine Versetzung wird durch den sog. Burgersvektor  $\vec{b}$  beschrieben. Er ist definiert durch Anfang A und Ende E des Burgersumlaufs um einen Gitterfehler, s. Abb. 4a, b.

Bei der Stufenversetzung steht  $\vec{b}$  senkrecht auf der Versetzungslinie, bei der Schraubenversetzung liegt er parallel zu ihr (Abb. 4a, b). Der Umlauf um eine Schraubenversetzung ergibt eine Schraubenlinie mit der Steigung  $b$ .

Die Versetzung bewegt sich unter einer angelegten Schubspannung ( $\tau \geq \tau_{krit.}$ ) in Richtung ihres Burgersvektors  $\vec{b}$  auf einer Gleitebene G.

Bei der Bewegung einer Versetzung unter einer anliegenden Schubspannung werden nicht alle Atome in der Gleitebene im "Gleichschritt", sondern nur die Versetzung entlang der Gleitebene verschoben, s. Abb.5. (Modell: "Verschieben einer Falte in einem Teppich")

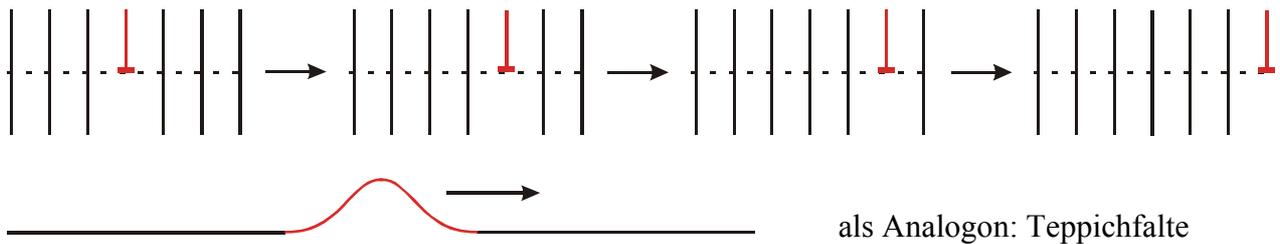


Abb.5: Bewegung einer Stufenversetzung durch den Kristall

Das Abgleiten einer Versetzung in der Gleitebene erfordert wesentlich geringere Schubspannungen als die oben abgeschätzte theoretische Schubspannung des "Wellblech"-Modells.

Wie reagiert eine Versetzung unter einer Schubspannung ?

Stellen Sie sich das Segment einer Versetzungslinie vor, das an 2 Punkten festgehalten wird (Abb. 6).

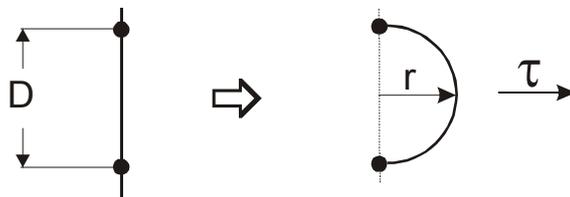


Abb. 6: Versetzungslinie (Blick von unten auf die eingeschobene Halbebene) baucht zwischen 2 Pinpunkten aus

Unter einer anliegenden Schubspannung  $\tau > \tau_{krit.}$  baucht sich das Versetzungssegment zwischen den Verankerungspunkten (Pin-Punkten) aus, der Kristall wird abgeschert. Die Spannung, die für die Abscherung notwendig ist, ist umgekehrt proportional zum Radius der Ausbauchung und direkt proportional zum Burgersvektor  $\vec{b}$  und zum Schubmodul G.

$$\tau = \frac{G \cdot b}{2r} \quad \text{Gl.12}$$

Die größte Schubspannung ist notwendig, wenn das Segment zu einem Halbkreis ausgebaucht wird, also:

$$\tau_{max} = \frac{G \cdot b}{D} \quad \text{Gl.13}$$

Einsetzen von  $G \approx 10^5 \text{ N/mm}^2$  ( $\alpha$ -Eisen),  $D = 25 \mu\text{m}$  als realistischer Abstand von Verankerungspunkten in realen Kristallen und  $b = 0,5 \text{ nm}$ , führt zu einer Streckgrenze von

$$\tau_{max} = \tau_S \approx 2 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Gl.14}$$

Dies kommt den experimentell bestimmten Werten von reinem  $\alpha$ -Eisen, die in der Größenordnung von etwa  $10 \text{ N/mm}^2$  liegen, sehr nahe.

Die Streckgrenzen von technischen Legierungen liegen aber um einen Faktor 10 - 100 höher.

Warum ?

Durch das Einbringen von Hindernissen, die das Gleiten der Versetzungen erschweren, werden Härtungsmechanismen realisiert (s. auch Aufsatz „Gitterfehler“ auf dieser homepage). Die Härtungsmechanismen basieren z.T. auf Gl.13.

Streckgrenzenerhöhung durch Mischkristallhärtung:

Dem reinen Metall werden Fremdatome zulegiert.

Beispiel: Legierung von Kupfer mit Zink → Messing.

Beitrag zur Streckgrenzenerhöhung:

$$\Delta\tau_{Mkr} = a \cdot G \cdot \sqrt{c} \quad (c = \text{Konzentration der Fremdatome in der Legierung} \quad \text{Gl.15}$$

$$a = \text{Konstante, abh. von Fremdatomgröße})$$

Streckgrenzenerhöhung durch Ausscheidungs- oder Teilchenhärtung:

Beispiele: Härtung von Ni-Basislegierungen durch Ausscheidung der  $\gamma'$ -Phase oder  $\text{Fe}_3\text{C}$  in Stählen.

Beitrag zur Streckgrenzenerhöhung:

$$\Delta\tau_T = \alpha \cdot G \cdot b / D \quad (D = \text{Teilchenabstand, } \alpha = \text{Konstante}) \quad \text{Gl.16}$$

Streckgrenzenerhöhung durch Verfestigung, d.h. Einbringen von Versetzungen durch plastische Verformung:

Beitrag zur Streckgrenzenerhöhung:

$$\Delta\tau_V = \beta \cdot G \cdot b / \sqrt{\rho} \quad (\rho = \text{Versetzungsdichte mit } \sqrt{\rho} \approx \frac{1}{D},$$

$$D = \text{Abstand der Versetzungen, } \beta = \text{Konstante}) \quad \text{Gl.17}$$

Streckgrenzenerhöhung durch Korngrenzenhärtung (Aufstau von Versetzungen an Korngrenzen)

Beispiel: Feinkorn-Stähle

Beitrag zur Streckgrenzenerhöhung:

$$\Delta\tau_{KG} = k \cdot D^{-1/2} \quad (D = \text{Korngröße, } k = \text{Konstante}) \quad \text{Gl.18}$$

Die Streckgrenze eines metallischen Werkstoffs wird mit befriedigender Näherung beschrieben durch:

$$\tau_S = \sqrt{\sum_i^n (\Delta\tau_n)^2} \quad \text{Gl.19}$$

Berücksichtigt man die statistische Verteilung der Körner im Gefüge, so ergibt sich für einen polykristallinen Werkstoff:

$$\sigma_S = R_p \approx 3 \cdot \tau_S \quad \text{Gl.20}$$

s. auch WT-Skript S. 18 unten